【Answer and solution】

1.**【Answer】**D

【Solution】 $\because f'(x)=10(1-2x^3)^9\cdot(-6x^2)$， $\therefore f'(x)|_{x=1}=60$。

2.**【Answer】**A

【Solution】$\because f(x)=2\ln x-x^2$,the domain of the function is $(0,+\infty)$ ，

then $f'(x)=\frac{2}{x}-2x=\frac{2-2x^2}{x}$,

Because $f'(x)=\frac{2}{x}-2x=\frac{2-2x^2}{x}>0$，

so $x^2-1<0$ ， meaning that $0<x<1$

therefor the solution to the equation is（0,1），the answer A。

3.**【Answer】**C

【解析】 For option A, $\left(3x^2+\cos x\right)'=6x-\sin x$ correct，so A is correct . For option B, $\left(\ln x-2^x\right)'=\frac{1}{x}-2^x\ln 2$ is correct，so B is correct。$\left(2\sin 2x\right)'\neq 2\cos 2x$， so C incorrect。

For option D，$\left(\frac{\sin x}{x}\right)'=\frac{x\cos x-\sin x}{x^2}$ is correct，so D is correct.

4.**【Answer】**D

【Solution】 $y=\frac{5}{x^4+3x-8}$， then $y'=-\frac{5(4x^3+3)}{(x^4+3x-8)^2}$。

5.**【Answer】**B

【Solution】$\because f(x)=x^2+3xf'(2)+\ln x$

$\therefore f'(x)=2x+3f'(2)+\frac{1}{x}$

Let $x=2$，then $f'(2)=4+3f'(2)+\frac{1}{2}$，

then $2f'(2)=-\frac{9}{2}$，

$\therefore f^{'}(2)=-\dfrac{9}{4}$， the ansiwer is D。

6.【**Answer**】D

【解析】 From the equation of $y=\dfrac{x+1}{x-1}=1+\dfrac{2}{x-1}$， we can know that $y'=-\dfrac{2}{(x-1)^2}$，

Therefore the slope of tangent line $k=y'|_{x=3}=-\dfrac{1}{2}$，

Therefore the slope of ax+y+1=0 is 2，so—a=2，meaning that a=—2。

7.【**Answer**】A

【Solution】 $\because y=\log_3\cos^2 x$，

$\therefore y'=\dfrac{1}{\cos^2 x}\log_3 e\cdot 2\cos x(-\sin x)=-2\tan x\cdot\log_3 e$。

8.【**Answer**】y=1

【Solution】 $(\sin x)'=\cos x$， $k=y'|_{x=\frac{\pi}{2}}=0$，then tangent line y=1。

9.【**Answer**】1

【Solution】 $y'=2(2x+a)\cdot 2=4(2x+a)=20$，then x=2，and a=1。

10.【**Answer**】 $\dfrac{3x^2\sin x-(x^3-1)\cos x}{\sin^2 x}$， $2\sin(2x+5)+4x\cos(2x+5)$

【Solution】 $\left(\dfrac{x^3-1}{\sin x}\right)'=\dfrac{3x^2\sin x-(x^3-1)\cos x}{\sin^2 x}$；

$\left[2x\sin\left(2x+5\right)\right]'=2\sin(2x+5)+4x\cos(2x+5)$；

11.【**Answer**】 （—2，15）

【Solution】 $y'=3x^2-10$，令 $y'=2\Rightarrow x^2=4$，

P is in the second quadrant⇒x=—2⇒P（—2，15）。

12.【Solution】$f'(x)=-\sin x$， $g'(x)=1$，

then $-\sin x+1\le 0$， $\sin x\ge 1$，meaning that $\sin x=1$。

$\therefore x=2k\pi+\dfrac{\pi}{2}(k\in Z)$。

13.【Solution】（1） $y'=(\sin^3 x)'+(\sin x^3)'=3\sin^2 x\cos x+3x^2\cos x^3$；

（2）$\because f'(x)=10(x+\sqrt{1+x^2})^9(x+\sqrt{1+x^2})'$

$$=10(x+\sqrt{1+x^2})^9\left[1+\frac{1}{2}(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot(1+x^2)'\right]$$

$$=10(x+\sqrt{1+x^2})^9\left[1+\frac{1}{2}(1-x^2)^{-\frac{1}{2}}\cdot 2x\right]$$

$$=10(x+\sqrt{1+x^2})^9[(1+x(1+x^2)^{-\frac{1}{2}}],$$

$$\therefore f'(1)=10(1+\sqrt{2})^9(1+\frac{1}{\sqrt{2}})=\frac{10}{\sqrt{2}}(1+\sqrt{2})^{10},$$

$$\therefore \frac{f'(1)}{f(1)}=\frac{\frac{10}{\sqrt{2}}(1+\sqrt{2})^{10}}{(1+\sqrt{2})^{10}}=5\sqrt{2}。$$

14.【Solution】$y=(3x+x^2)^{-2}$，则 $y'=-2\cdot\frac{3+2x}{(3x+x^2)^3}$

$y'|_{x=1}=-2\cdot\frac{5}{4^3}=-\frac{5}{32}$。

∴The tangential equation $y-\frac{1}{16}=-\frac{5}{32}(x-1)$

即 5x+32y-7=0。

15.【Solution】$\because f(x)=x\ln x+\frac{1}{x}e^{x^2}$,

then $f'(x)=\ln x+x\cdot\frac{1}{x}+(-x^{-2})e^{x^2}+\frac{1}{x}\cdot e^{x^2}\cdot 2x=\ln x+1-\frac{1}{x^2}e^{x^2}+2e^{x^2}$,

$$\therefore g(x)=\ln x+1-\frac{1}{x^2}e^{x^2}+2e^{x^2},$$

$$g'(x)=\frac{1}{x}-\left(-2\frac{1}{x^3}\cdot e^{x^2}+\frac{1}{x^2}\cdot e^{x^2}\cdot 2x\right)+2e^{x2}\cdot 2x=\frac{1}{x}+\frac{2e^{x^2}}{x^3}-\frac{e^{x^2}}{x}+4xe^{x^2},$$

so $G(x)=\frac{1}{x}+\left(\frac{2}{x^3}-\frac{2}{x}+4x\right)e^{x^2}$,

$$G'(x)=-\frac{1}{x^2}+\left(-\frac{6}{x^4}+4+\frac{2}{x^2}\right)e^{x^2}+\left(\frac{2}{x^3}-\frac{2}{x}+4x\right)e^{x^2}\cdot 2x$$

$$= -\frac{1}{x^2} + \left(8x^2 + \frac{6}{x^2} - \frac{6}{x^4}\right)e^{x^2}$$ 。